

## Exercices : Algèbres de Boole

### Exercice 01 *Calcul booléen*

Soit  $(E, +, ., -)$  une algèbre de Boole. Montrer que pour tous éléments  $a, b$  et  $c$  :

1.  $a.(\bar{a} + b) = a.b$
2.  $(a + \bar{b}).(\bar{a} + b) = a.b + \bar{a}.\bar{b}$
3.  $a + \bar{a}.b = a + b$
4.  $(a + b).(\bar{a} + c).(\bar{b} + \bar{c}) = a.\bar{b}.c + \bar{a}.b.\bar{c}$

### Exercice 02 *Loi d'absorption*

Soit  $(E, +, ., -)$  une algèbre de Boole. Montrer que pour tous éléments  $a$ , et  $b$  :

$$a + ab = a$$

### Exercice 03 *De Morgan*

Simplifier les expressions suivantes :

1.  $\overline{a + \bar{b}}$
2.  $\overline{\bar{a}.b}$
3.  $\overline{a + \bar{b} + \bar{a}}$
4.  $\overline{(a + \bar{b}).a.\bar{b}}$

### Exercice 04

Donner les expressions logiques des tableaux de Karnaugh suivants :

	b	0	1
a			
0	0	0	0
1	1	0	0

	b	0	1
a			
0	0	0	1
1	1	1	0

	b	0	1
a			
0	1	1	1
1	0	0	0

### Exercice 05

Donner les tableaux de Karnaugh associés aux expressions suivantes, et les simplifier si possible :

1.  $a.b$
2.  $a.\bar{b} + \bar{a}.\bar{b}$
3.  $\bar{a}.\bar{b} + \bar{a}.b + a.\bar{b}$
4.  $a + b + a.b$

### Exercice 06

Donner les expressions logiques des tableaux de Karnaugh suivants :

	bc	00	01	11	10
a					
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0

	bc	00	01	11	10
a					
0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0

	bc	00	01	11	10
a					
0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0

**Exercice 07** Donner les expressions logiques simplifiées des tableaux de Karnaugh suivants :

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	1	1	0	1	
	1	0	0	0	1	

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	0	1	1	1	
	1	0	1	1	0	

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	1	0	0	1	
	1	0	0	0	0	

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	1	1	1	1	
	1	0	0	0	1	

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	1	0	0	1	
	1	0	1	1	0	

		bc	00	01	11	10
		a	00	01	11	10
a	0	1	0	0	1	
	1	1	1	0	1	

**Exercice 08** Simplifier les expressions suivantes à l'aide d'un tableau de Karnaugh :

$$1. a.b.\bar{c} + \bar{a}.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c} + a.\bar{b}.c$$

$$2. a.b.c + \bar{a}.b.c + \bar{a}.\bar{b}.c + a.b.\bar{c}$$

**Exercice 09** Chaque page d'un site web comprend 4 questions, qui peuvent rapporter des points ou en faire perdre. Un utilisateur peut accéder à une page suivante lorsque l'une au moins des conditions suivantes est satisfaite :

- l'utilisateur a répondu correctement à 3 questions au minimum
- l'utilisateur a répondu correctement à strictement moins de 3 questions et a marqué 5 points au minimum sur la page
- l'utilisateur a marqué strictement moins de 5 points sur la page et il est titulaire du BTS SIO

On définit les variables booléennes suivantes :

- $a = 1$  si l'utilisateur a répondu correctement à 3 questions au minimum,  $a = 0$  sinon
- $b = 1$  si l'utilisateur a marqué 5 points au minimum,  $b = 0$  sinon
- $c = 1$  si l'utilisateur est titulaire du BTS SIO,  $c = 0$  sinon

1. Écrire une expression booléenne  $F$  traduisant les conditions permettant à un utilisateur de passer à une page suivante.
2. À l'aide d'un tableau de Karnaugh, déterminer une écriture simplifiée de  $F$ .
3. Écrire sous forme d'une phrase, les conditions pour lesquelles un utilisateur ne peut pas accéder à une page suivante.