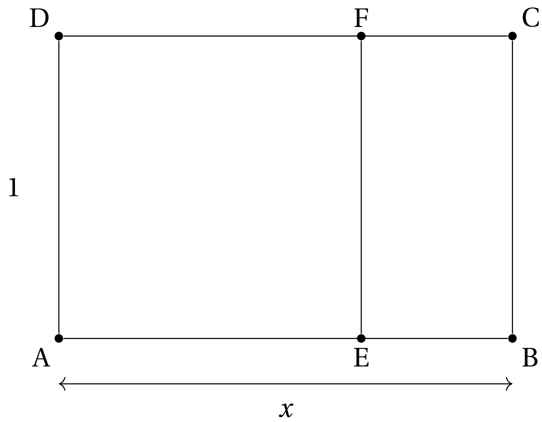
Devoir Libre n°1

À rendre pour le Vendredi 30 Septembre 2022

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $6x^2 - x - 2 = 0$
2. $3x^2 + 27 = 18x$
3. $x^3 - x^2 = 2x$
4. $\dfrac{x+1}{x-1} = x \quad , \quad x \neq 1$

Exercice 2. Dans cet exercice, on considère un rectangle ABCD de dimensions AB = x et BC = 1, avec $x > 1$.
On considère également les points E et F des segments [AB] et [DC] tels que **AEFD soit un carré**.



On définit le **rapport** d'un rectangle comme le quotient de sa plus grande dimension par sa plus petite dimension. Par exemple, un rectangle ABCD de dimensions $AB = 3$ et $BC = 4$ a un rapport égal à $\frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$.

1. Déterminer les rapports des rectangles ABCD et EBCF de la figure ci-dessus.

On dit que le rectangle ABCD est de « proportion dorée » si les rapports des rectangles ABCD et EBCF sont égaux.

2. Démontrer que si ABCD est de « proportion dorée », alors x est solution de l'équation :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

3. Déterminer la solution positive de cette équation.

La solution positive ainsi obtenue est appelée **nombre d'or**, et on le note à l'aide de la lettre grecque φ (« fi »).

Un peu d'histoire...

Le premier témoignage connu de résolution d'une équation du second degré se trouve sur une tablette babylonienne, datant environ de 2000 avant J.-C. On pouvait y lire l'équivalent moderne de l'équation $x^2 - x = 870$ ainsi que sa solution positive. Comme les Grecs, les babyloniens utilisaient des arguments géométriques.
C'est au mathématicien arabe Al-Khwarizmi (780 - 850) - qui donnera son nom aux termes *algèbre* et *algorithme* - que l'on doit la première méthode de résolution algébrique des équations du second degré.
Il faudra attendre François Viète (1540-1603) et René Descartes (1596-1650) pour voir apparaître les premières écritures algébriques modernes que nous connaissons, telles que l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.