

Exercices : Probabilités Conditionnelles - Indépendance

Exercice 1. A et B désignent deux événements d'un même univers. Dans chaque cas, calculer $p_A(B)$ et $p_B(A)$:

1. $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,1$
2. $p(A) = 0,7$, $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,2$
3. $p(A) = 0,9$, $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,3$

Exercice 2. A et B désignent deux événements d'un même univers. Dans chaque cas, calculer $p(A \cap B)$:

1. $p(A) = 0,5$ et $p_A(B) = 0,7$
2. $p(B) = 0,2$ et $p_B(A) = 0,3$

Exercice 3. A et B désignent deux événements d'un même univers.

Sachant que $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,8$ et $p_B(A) = 0,3$, calculer $p_A(B)$.

Exercice 4. Dans un lycée comptant 60% de filles, 40% des garçons et 15% des filles mesurent plus de 1,80m.

On interroge un élève au hasard, et on note F : « l'élève est une fille » et A : « l'élève mesure plus de 1m80 ».

1. Donner les valeurs de $p(F)$, $p_F(A)$ et $p_{\bar{F}}(A)$.
2. Donner l'arbre de probabilité correspondant à cette situation.
3. Calculer $p(A)$.
4. Sachant qu'un élève choisi au hasard mesure plus de 1,80m, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 5. Un test de dépistage est mis au point pour détecter une maladie touchant 18% d'une population.

Lorsque le test est positif, la personne testée est malade dans 90% des cas.

Si le test est négatif, il y a 95% de chances que la personne n'ait pas contracté la maladie.

On interroge une personne au hasard dans la population et lui on lui fait passer le test.

On note M : " La personne est malade " et T : " La personne est positive au test ".

1. Donner l'arbre de probabilité correspondant à la situation précédente.
2. Calculer les probabilités $p(M \cap T)$ et $p(T)$.
3. En déduire la valeur de $p_T(M)$.
4. Donner l'arbre de probabilité « inverse » faisant apparaître les probabilités $p(T)$ et $p_T(M)$.

Exercice 6. Dans une entreprise, deux ateliers fabriquent les mêmes pièces. L'atelier 1 fabrique en une journée deux fois plus de pièces que l'atelier 2. Le pourcentage de pièces défectueuses est 3% pour l'atelier 1 et 4% pour l'atelier 2. On prélève une pièce au hasard dans l'ensemble de la production d'une journée.

1. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 ?
2. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 et soit défectueuse ?
3. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse ?

Exercice 7. Au cours d'une épidémie de grippe, on vaccinne un tiers de la population. Une étude statistique a montré qu'un malade sur 10 est vacciné, et qu'un quart de la population a contracté la maladie.

Quelle est la probabilité qu'une personne vacciné soit malade malgré tout?

Exercice 8. Alice se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre.

Lorsqu'il pleut, Alice prend la voiture dans 80% des cas.

Lorsqu'il ne pleut pas, Alice se rend à son travail à pied avec une probabilité égale à 0,6.

Max, l'ami d'Alice, affirme que cette dernière utilise la voiture 1 jour sur 2. Max a-t-il raison?

Exercice 9. On lance deux dés équilibrés. On note :

A : "La somme est paire"

B : "On a obtenu au moins un six"

C : "On a obtenu un double"

1. Calculer $p(A)$, $p(B)$, $p(C)$, $p(A \cap B)$, $p(A \cap C)$ et $p(B \cap C)$.
2. En déduire $p_A(B)$, $p_A(C)$, $p_B(A)$, $p_B(C)$, $p_C(A)$ et $p_C(B)$.
3. Y a-t-il des événements indépendants ?

Exercice 10. Deux archers A et B visant la même cible décochent simultanément leurs flèches.

Les événements "A atteint la cible" et "B atteint la cible" sont indépendants et de probabilités respectives $\frac{4}{5}$ et $\frac{7}{8}$.

Calculer la probabilité des événements suivants :

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. A et B atteignent la cible | 3. seul A atteint la cible |
| 2. la cible est manquée | 4. un seul tireur atteint la cible |