

## Exercices : Probabilités Conditionnelles - Indépendance

**Exercice 1.**  $A$  et  $B$  désignent deux événements d'un même univers. Dans chaque cas, calculer  $p_A(B)$  et  $p_B(A)$  :

1.  $p(A) = 0,4$ ,  $p(B) = 0,3$  et  $p(A \cap B) = 0,1$
2.  $p(A) = 0,7$ ,  $p(B) = 0,5$  et  $p(A \cap B) = 0,2$
3.  $p(A) = 0,9$ ,  $p(B) = 0,4$  et  $p(A \cap B) = 0,3$

**Exercice 2.**  $A$  et  $B$  désignent deux événements d'un même univers. Dans chaque cas, calculer  $p(A \cap B)$  :

1.  $p(A) = 0,5$  et  $p_A(B) = 0,7$
2.  $p(B) = 0,2$  et  $p_B(A) = 0,3$

**Exercice 3.**  $A$  et  $B$  désignent deux événements d'un même univers.

Sachant que  $p(A) = 0,4$ ,  $p(B) = 0,8$  et  $p_B(A) = 0,3$ , calculer  $p_A(B)$ .

**Exercice 4.** Dans un lycée comptant 60% de filles, 40% des garçons et 15% des filles mesurent plus de 1,80m.

On interroge un élève au hasard, et on note  $F$  : « l'élève est une fille » et  $A$  : « l'élève mesure plus de 1m80 ».

1. Donner les valeurs de  $p(F)$ ,  $p_F(A)$  et  $p_{\bar{F}}(A)$ .
2. Donner l'arbre de probabilité correspondant à cette situation.
3. Calculer  $p(A)$ .
4. Sachant qu'un élève choisi au hasard mesure plus de 1,80m, quelle est la probabilité que ce soit une fille?

**Exercice 5.** Un test de dépistage est mis au point pour détecter une maladie touchant 18% d'une population.

Lorsque le test est positif, la personne testée est malade dans 90% des cas.

Si le test est négatif, il y a 95% de chances que la personne n'ait pas contracté la maladie.

On interroge une personne au hasard dans la population et lui on lui fait passer le test.

On note  $M$  : « La personne est malade » et  $T$  : « La personne est positive au test ».

1. Donner l'arbre de probabilité correspondant à la situation précédente.
2. Calculer les probabilités  $p(M \cap T)$  et  $p(T)$ .
3. En déduire la valeur de  $p_T(M)$ .
4. Donner l'arbre de probabilité « inverse » faisant apparaître les probabilités  $p(T)$  et  $p_T(M)$ .

**Exercice 6.** Dans une entreprise, deux ateliers fabriquent les mêmes pièces. L'atelier 1 fabrique en une journée deux fois plus de pièces que l'atelier 2. Le pourcentage de pièces défectueuses est 3% pour l'atelier 1 et 4% pour l'atelier 2. On prélève une pièce au hasard dans l'ensemble de la production d'une journée.

1. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 ?
2. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 et soit défectueuse ?
3. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de l'atelier 1 sachant qu'elle est défectueuse ?

**Exercice 7.** Au cours d'une épidémie de grippe, on vaccine un tiers de la population. Une étude statistique a montré qu'un malade sur 10 est vacciné, et qu'un quart de la population a contracté la maladie. Quelle est la probabilité qu'une personne vaccinée soit malade malgré tout?

**Exercice 8.** Alice se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre. Lorsqu'il pleut, Alice prend la voiture dans 80% des cas. Lorsqu'il ne pleut pas, Alice se rend à son travail à pied avec une probabilité égale à 0,6. Max, l'ami d'Alice, affirme que cette dernière utilise la voiture 1 jour sur 2. Max a-t-il raison?

**Exercice 9.** On lance deux dés équilibrés. On note :

$A$  : "La somme est paire"

$B$  : "On a obtenu au moins un six"

$C$  : "On a obtenu un double"

1. Calculer  $p(A)$ ,  $p(B)$ ,  $p(C)$ ,  $p(A \cap B)$ ,  $p(A \cap C)$  et  $p(B \cap C)$ .
2. En déduire  $p_A(B)$ ,  $p_A(C)$ ,  $p_B(A)$ ,  $p_B(C)$ ,  $p_C(A)$  et  $p_C(B)$ .
3. Y a-t-il des événements indépendants?

**Exercice 10.** Deux archers  $A$  et  $B$  visant la même cible décochent simultanément leurs flèches.

Les événements " $A$  atteint la cible" et " $B$  atteint la cible" sont indépendants et de probabilités respectives  $\frac{4}{5}$  et  $\frac{7}{8}$ .

Calculer la probabilité des événements suivants :

1.  $A$  et  $B$  atteignent la cible
2. la cible est manquée
3. seul  $A$  atteint la cible
4. un seul tireur atteint la cible