

Exercices d'Approfondissement : Probabilités Conditionnelles - Indépendance

Exercice 1. Production défectueuse

Une usine fabrique des composants à l'aide de trois machines A , B et C , qui produisent respectivement 60%, 30% et 10% des composants. La probabilité qu'un composant soit défectueux est de 0,02 s'il provient de la machine A , 0,05 s'il provient de la machine B , et 0,07 s'il provient de la machine C .

Quelle est la probabilité qu'un composant pris au hasard soit défectueux ?

Exercice 2. Encore sur le répondeur !

Quand on téléphone chez Zoé, on tombe 5 fois sur 6 sur son répondeur. Elle l'utilise systématiquement quand elle est absente, et 1 fois sur 3 quand elle est chez elle.

1. Quelle est la probabilité que Zoé soit absente de chez elle ?
2. Arthur appelle Zoé mais tombe sur le répondeur. Quelle est la probabilité que Zoé soit chez elle ?

Exercice 3. Pièces truquées

On dispose de 50 pièces de monnaie dont 20 sont truquées, de sorte que la probabilité d'obtenir Face est égale à $\frac{2}{3}$.

On choisit une pièce au hasard et on la lance. On note :

T : « la pièce est truquée »

F : « le résultat du lancer est Face »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir Face ?
3. On lance une pièce au hasard et on obtient Pile. Quelle est la probabilité que la pièce soit truquée ?

Exercice 4. Météo

Dans un pays imaginaire, le temps évolue ainsi :

- s'il fait beau un jour donné, il fera beau le lendemain avec une probabilité égale à $\frac{5}{6}$
- s'il pleut, il pleuvra le lendemain avec une probabilité égale à $\frac{2}{3}$

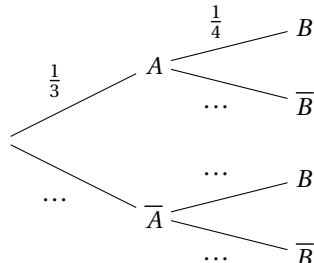
On est dimanche, le soleil brille. Quelle est la probabilité :

1. qu'il fasse beau mardi ?
2. qu'il pleuve mercredi ?

Exercice 5. Arbre et Indépendance

A et B sont deux événements associés à une même expérience aléatoire.

1. Peut-on compléter l'arbre de probabilité suivant ?



2. On sait que A et B sont indépendants. Compléter l'arbre ci-dessus.

Exercice 6. Probabilités et Équation

Une urne contient 40 boules blanches et noires.

On sait que la probabilité de tirer deux boules noires, successivement et sans remise, est égale à $\frac{5}{12}$.

On note n le nombre de boules noires dans cette urne.

1. Réaliser un arbre de probabilités traduisant la situation précédente.
2. Justifier que n vérifie l'équation $n^2 - n - 650 = 0$.
3. En déduire le nombre de boules noires dans cette urne.

Exercice 7. BAC - Pondichéry - 2017 (extrait)

La chocolaterie « Choc'o » fabrique des tablettes de chocolat noir.

À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc...

La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :

- la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
- la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.

À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on note :

- A l'évènement : « la tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication A »
- C l'évènement : « la tablette de chocolat est commercialisable »

On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.

1. Montrer que $p(C) = 0,03x + 0,95$.
2. À l'issue de la production, on constate que 96% des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.

Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.

Exercice 8. Tests médicaux

En France, le 20 Octobre 2020, environ 15% des personnes testées pour le coronavirus par test PCR sont positives¹.

La sensibilité du test PCR est d'environ 80% (probabilité d'être positif sachant que l'on est malade), et sa spécificité est de 99% (probabilité d'être négatif sachant que l'on n'est pas porteur de la maladie)².

Au vu de ces chiffres, peut-on dire que le test PCR est pertinent pour la détection des personnes atteintes par le coronavirus ?

Exercice 9. Le problème de Monty-Hall

Dans un jeu télévisé, on demande à un candidat de choisir une des trois portes fermées devant lui. Derrière une de ces portes se trouve une voiture de sport, et derrière les deux autres, une chèvre.

Alors qu'il vient de faire son choix, le présentateur lui propose son aide : il ouvre un porte ne cachant pas la voiture, et demande au candidat s'il veut modifier son choix.

Que doit faire le candidat ?

1. Source : Santé Publique France

2. Source : <https://covid-19.sante.gouv.fr/tests>