Exercices : Nombre dérivé

Exercice 1. Dire si les fonctions suivantes sont dérivables en a, et calculer si possible $f'(a)$.

1. $f : x \mapsto x^2 - 1 \qquad a = 1$
2. $f : x \mapsto 3 - x^2 \qquad a = 2$
3. $f : x \mapsto x^2 + x \qquad a = 0$
4. $f : x \mapsto 2x - 10 \qquad a = -1$
5. $f : x \mapsto x^3 \qquad a = 1$
6. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x} \qquad a = 3$
7. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x} \qquad a = 0$
8. $f : x \mapsto \dfrac{3}{x+2} \qquad a = 0$
9. $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2} \qquad a = 1$
10. $f : x \mapsto \dfrac{x}{x+1} \qquad a = 0$
11. $f : x \mapsto \dfrac{x}{x-1} \qquad a = 2$
12. $f : x \mapsto \sqrt{x+2} \qquad a = 3$
13. $f : x \mapsto \sqrt{x+1} \qquad a = -1$

Exercice 2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 4x - 4$$

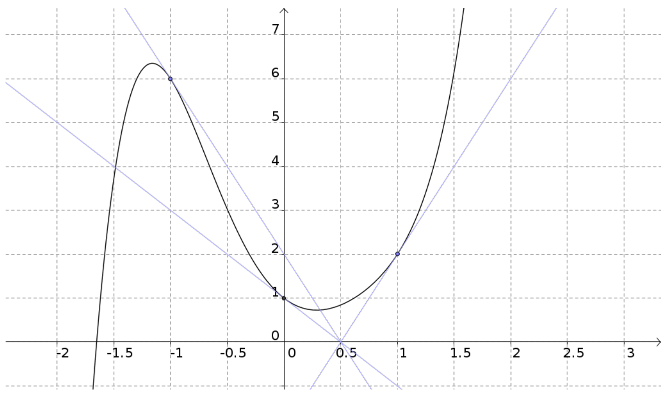
1. Montrer que f est dérivable en 0 et calculer $f'(0)$.
2. Donner une équation de T_0, la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
3. Justifier que $\mathscr{C}$ passe par un minimum dont on précisera les coordonnées.
4. Quelle est la pente de la tangente en ce point ?

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

1. Montrer que f est dérivable en 1 et calculer $f'(1)$.
2. Donner une équation de T_1, la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice 4. On considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f ci-contre, sur laquelle sont représentées 3 de ses tangentes.



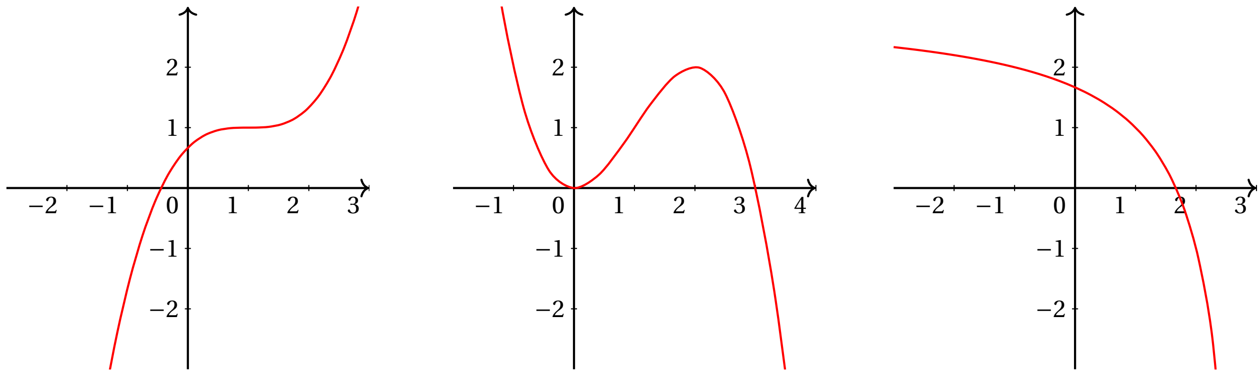
1. Déterminer graphiquement :

$$f(-1) \qquad f(0) \qquad f(1)$$

$$f'(-1) \qquad f'(0) \qquad f'(1)$$

2. Donner une équation de chacune des tangentes.

Exercice 5. 1. Les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ suivantes sont respectivement associées à des fonctions f_1, f_2 et f_3.



Déterminer graphiquement le signe du nombre dérivé en 1 pour chacune des fonctions f_1, f_2 et f_3.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 + \dfrac{4}{x-3}$.

   Démontrer que f est dérivable en 1 et donner la valeur de $f'(1)$.

3. Une des courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ est la courbe représentative de f. Laquelle ? Justifier la réponse.

Exercice 6. Calculer $f'(a)$ dans chacun des cas suivants, où a est un réel quelconque :

1. $f(x) = 3x - 1$
2. $f(x) = x^2$
3. $f(x) = x^2 - x$
4. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ $\quad (a \neq 0)$
5. $f(x) = 290489$
6. $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$ $\quad (a \neq -1)$

Exercice 7. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + x + 1$.

1. Calculer $g'(a)$ pour tout $a \in \mathbb{R}$.
2. T_a désigne la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse a. Pour quelle(s) valeur(s) de a a-t-on :
   (a) T_a horizontale (parallèle à l'axe des abscisses)
   (b) T_a parallèle à la droite d d'équation $y = -3x - 2$

Exercice 8. On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

1. Démontrer que pour tout réel $a > 0$, f est dérivable en a et $f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{a}}$.
2. Justifier que f n'est pas dérivable en 0.
3. Comment évolue la pente de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en a lorsque a s'approche de 0 ?

   Interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 9. On considère la fonction cube, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3$$

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_a à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a.
2. Montrer que deux points A et A' de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses opposées ont des tangentes parallèles.
3. Représenter graphiquement $\mathscr{C}_f$, T_1 et T_{-1} sur l'intervalle $[-2;2]$.