

Exercices : Compléments de dérivation

Exercice 01 Dans chaque cas, donner l'ensemble de définition et l'expression des fonctions $g \circ f$ et $f \circ g$:

$$1. \begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = x + 2 \end{cases} \qquad 2. \begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \\ g(x) = 1 + e^x \end{cases}$$

Exercice 02 Déterminer la dérivée de la fonction f , en précisant le domaine de définition et de dérivabilité :

$$\begin{array}{ll} 1. f : x \mapsto (x^2 + 1)^3 & 6. f : x \mapsto e^{\sqrt{x}} \\ 2. f : x \mapsto (2x - 3x^4)^5 & 7. f : x \mapsto e^{\frac{1}{x}} \\ 3. f : x \mapsto \frac{2}{(x^2 + 1)^3} & 8. f : x \mapsto (x^2 + 1)e^{2x+1} \\ 4. f : x \mapsto \sqrt{x^4 + 2x^2 + 2} & 9. f : x \mapsto \frac{e^{3x+1}}{1 + e^{3x+1}} \\ 5. f : x \mapsto \sqrt{e^x - 1} & \end{array}$$

Exercice 03 Même exercice :

$$1. f : x \mapsto e^{\sqrt{x^2+1}} \qquad 2. f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2+1}{e^x+1}}$$

Exercice 04 Pour chacune des fonctions suivantes, préciser son ensemble de définition, de dérivabilité, et dresser son tableau de variations.

$$f(x) = \sqrt{2 - x^2} \qquad g(x) = e^{x + \frac{1}{x}}$$

Exercice 05 Pour chacune des fonctions f suivantes, deux fois dérivables sur l'intervalle mentionné, donner une expression de la dérivée seconde :

$$\begin{array}{ll} 1. f : x \mapsto 6x^2 + 2x - 1 & I = \mathbb{R} \\ 2. f : x \mapsto 3x^2 + 2x - \frac{3}{x} & I = \mathbb{R}^* \\ 3. f : x \mapsto xe^{2x} & I = \mathbb{R} \\ 4. f : x \mapsto (1 - 6x^2)e^{3x+2} & I = \mathbb{R} \\ 5. f : x \mapsto \frac{3x^2 - 1}{x} & I = \mathbb{R}^* \\ 6. f : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1} & I = \mathbb{R} \\ 7. f : x \mapsto \frac{e^x}{x} & I = \mathbb{R}^* \\ 8. f : x \mapsto (3x^2 + 8)^3 & I = \mathbb{R} \\ 9. f : x \mapsto e^{\frac{1}{x}} & I = \mathbb{R}^* \end{array}$$

Exercice 06 On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 66x^2 - 360x + 120$$

- Pour tout réel x , calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
- Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f' sur \mathbb{R} .
- En remarquant que f' s'annule en -5, en -2 et en 3, dresser le tableau de signes de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur \mathbb{R} .

Exercice 07 Étudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x - 1)e^x + x$$

☞ Si la dérivée n'est pas de signe évident, étudier ses variations...

Exercice 08 Soient f et g deux fonction dérivables sur un intervalle I . Exprimer $(fg)''$ en fonction de f , g et de leurs dérivées.

Application : déterminer la dérivée seconde de $f : x \mapsto x^2 e^x$.