

Exercices : Compléments de dérivation

Exercice 01 Dans chaque cas, donner l'ensemble de définition et l'expression des fonctions $g \circ f$ et $f \circ g$:

1.
$$\begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = x + 2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \\ g(x) = 1 + e^x \end{cases}$$

Exercice 02 Déterminer la dérivée de la fonction f , en précisant le domaine de définition et de dérивabilité :

1. $f : x \mapsto (x^2 + 1)^3$

6. $f : x \mapsto e^{\sqrt{x}}$

2. $f : x \mapsto (2x - 3x^4)^5$

7. $f : x \mapsto e^{\frac{1}{x}}$

3. $f : x \mapsto \frac{2}{(x^2 + 1)^3}$

8. $f : x \mapsto (x^2 + 1)e^{2x+1}$

4. $f : x \mapsto \sqrt{x^4 + 2x^2 + 2}$

9. $f : x \mapsto \frac{e^{3x+1}}{1 + e^{3x+1}}$

5. $f : x \mapsto \sqrt{e^x - 1}$

Exercice 03 Même exercice :

1. $f : x \mapsto e^{\sqrt{x^2+1}}$

2. $f : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2+1}{e^x+1}}$

Exercice 04 Pour chacune des fonctions suivantes, préciser son ensemble de définition, de dérivabilité, et dresser son tableau de variations.

$$f(x) = \sqrt{2 - x^2}$$

$$g(x) = e^{x+\frac{1}{x}}$$

Exercice 05 Pour chacune des fonctions f suivantes, deux fois dérивables sur l'intervalle mentionné, donner une expression de la dérivée seconde :

1. $f : x \mapsto 6x^2 + 2x - 1 \quad I = \mathbb{R}$

6. $f : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1} \quad I = \mathbb{R}$

2. $f : x \mapsto 3x^2 + 2x - \frac{3}{x} \quad I = \mathbb{R}^*$

7. $f : x \mapsto \frac{e^x}{x} \quad I = \mathbb{R}^*$

3. $f : x \mapsto xe^{2x} \quad I = \mathbb{R}$

8. $f : x \mapsto (3x^2 + 8)^3 \quad I = \mathbb{R}$

4. $f : x \mapsto (1 - 6x^2)e^{3x+2} \quad I = \mathbb{R}$

5. $f : x \mapsto \frac{3x^2 - 1}{x} \quad I = \mathbb{R}^*$

9. $f : x \mapsto e^{\frac{1}{x}} \quad I = \mathbb{R}^*$

Exercice 06 On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 66x^2 - 360x + 120$$

1. Pour tout réel x , calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Étudier le signe de $f''(x)$ et en déduire les variations de f' sur \mathbb{R} .
3. En remarquant que f' s'annule en -5 , en -2 et en 3 , dresser le tableau de signes de $f'(x)$ et en déduire les variations de f sur \mathbb{R} .

Exercice 07 Étudier les variations de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x - 1)e^x + x$$

☞ Si la dérivée n'est pas de signe évident, étudier ses variations...

Exercice 08 Soient f et g deux fonctions dérивables sur un intervalle I . Exprimer $(fg)''$ en fonction de f , g et de leurs dérivées.

Application : déterminer la dérivée seconde de $f : x \mapsto x^2 e^x$.