

Introduction à la loi binomiale

Dans une fête foraine, un stand propose plusieurs jeux basés sur le lancer d'un dé.

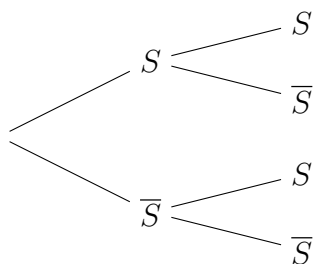
Le dé lancé par le joueur est cubique, bien équilibré, et ses faces sont numérotées de 1 à 6.

Jeu n°1

Dans le jeu n°1, on lance deux fois de suite le dé, et on gagne si on obtient exactement 1 fois le 6.

On note S l'événement « Obtenir un six lors d'un lancer ».

Question 01 Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



Question 02 Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité d'obtenir 2 fois le 6.

Question 03 Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité d'obtenir exactement 1 fois le 6.

Question 04 Quelle est la probabilité de ne pas obtenir le 6 sur les deux lancers ?

Pour jouer à ce jeu, on doit payer 3€. Si l'on gagne, on remporte 10€.

On appelle G la variable aléatoire associant le gain algébrique (gain brut – mise) du joueur au résultat du jeu. Ainsi, G prend 2 valeur :

- -3 si le joueur a perdu
- 7 si le joueur a gagné (10€ moins la mise de 3€)

Question 05 Déterminer la loi de probabilité de G , en recopiant et complétant le tableau suivant :

| | | |
|--------------|----|---|
| g_i | -3 | 7 |
| $p(G = g_i)$ | | |

Question 06 Calculer $E(G)$, l'espérance de G . Le jeu est-il favorable au joueur ?

Question 07 Calculer $V(G)$ et $\sigma(G)$, la variance et l'écart-type de G .

☞ L'interprétation de ces valeurs sera faite dans une prochaine leçon

Jeu n°2

Dans ce second jeu, le joueur doit lancer 3 fois le dé. On appelle X la variable aléatoire qui associe aux 3 lancers le nombre de 6 obtenus à la fin du jeu.

Question 08 Quelles sont les valeurs prises par X ?

Question 09 À l'aide d'un arbre de probabilités, déterminer la loi de probabilité de X . On écrira les résultats dans un tableau (comme dans la question 5).

Dans ce second jeu, le gain est égal à 10 fois le nombre de 6 obtenus, en euros. Pour y jouer, il faut cette fois-ci payer 5€. On note encore G le gain algébrique du joueur.

Question 10 Déterminer la loi de probabilité de G .

Question 11 Le jeu est-il favorable au joueur ?

Jeu n°3

Dans ce dernier jeu, le joueur lance 10 fois le dé (!) et gagne s'il obtient exactement 3 fois le 6.

Question 12 Quelle est la probabilité que le joueur gagne ?

Si vous n'avez pas réussi à répondre à la question précédente, vous pouvez simuler le résultat d'un grand nombre de parties grâce à la fonction Python `simulations_jeu_3` suivante :

```
1  from random import randint
2
3  def simulations_jeu_3(N):    # N : nombre de parties à simuler
4      nombre_de_victoires = 0
5
6      for n in range(N):
7
8          nombre_de_6 = 0
9
10         for i in range(10):
11             if randint(1,6) == 6:
12                 nombre_de_6 = nombre_de_6 + 1
13
14         if nombre_de_6 == 3:
15             nombre_de_victoires = nombre_de_victoires + 1
16
17     return nombre_de_victoires / N
```

Question 13 Combien de parties sont simulées par la fonction `simulations_jeu_3` ?

Question 14 Que retourne cette fonction ? Quel est le lien avec la question 12 ?

Question 15 À l'aide de ce programme, affichez le résultat de la simulation de 100 000 parties du jeu n°3. En déduire une valeur approchée de la réponse à la question 12.