

Exercices : Primitives

Exercice 1. Dans chaque cas, montrer que F est une primitive de f sur \mathbb{R} .

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ $F(x) = x^3 - 2x^2 + x - 5$

2. $f(x) = xe^x$ $F(x) = (x - 1)e^x$

3. $f(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ $F(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

Exercice 2. Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x + 1$

5. $f(x) = 3x - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2}$

8. $f(x) = \frac{4}{x^4} - \frac{3}{x^3} + 1$

2. $f(x) = x^2 - x$

6. $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$

9. $f(x) = x - e^x$

3. $f(x) = 4x^3 - 2x + 3$

7. $f(x) = \frac{-4}{3x^5}$

10. $f(x) = 3x^3 - 7e^x$

Exercice 3. Déterminer la primitive F de f sur I vérifiant la condition initiale donnée :

1. $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$ $I = \mathbb{R}$ $F(1) = 0$

2. $f(x) = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ $I =]0; +\infty[$ $F(1) = 1$

Exercice 4. Déterminer une primitive de f en identifiant une expression de la forme $u'u^n$:

1. $f(x) = 4(4x + 1)^5$

6. $f(x) = \frac{4}{(1 + 4x)^2}$

2. $f(x) = 16(3x - 2)^3$

7. $f(x) = \frac{3}{(2x + 1)^3}$

3. $f(x) = (2x + 7)^6$

4. $f(x) = (4x - 5)(2x^2 - 5x + 3)^3$

5. $f(x) = \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$

8. $f(x) = \frac{x + 1}{(x^2 + 2x - 2)^4}$

Exercice 5. Déterminer une primitive de f en identifiant une expression de la forme $u'e^u$:

1. $f(x) = 3e^{3x}$

3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}}$

2. $f(x) = (x - 2)e^{x^2 - 4x + 3}$

4. $f(x) = e^{-2x}$

Exercice 6. Déterminer une primitive de f en identifiant une expression de la forme u'/\sqrt{u} :

1. $f(x) = \frac{3}{\sqrt{3x + 2}}$

3. $f(x) = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$

2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 - 5x}}$

4. $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$

Exercice 7. On considère les fonctions f et g définies sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x\sqrt{x}$.

1. Déterminer la dérivée de g sur $[0 ; +\infty[$.
2. En déduire une expression d'une primitive de f sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 8. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x + 3)e^x$.

Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} sous la forme $F(x) = (ax + b)e^x$, où a et b sont deux réels à déterminer.

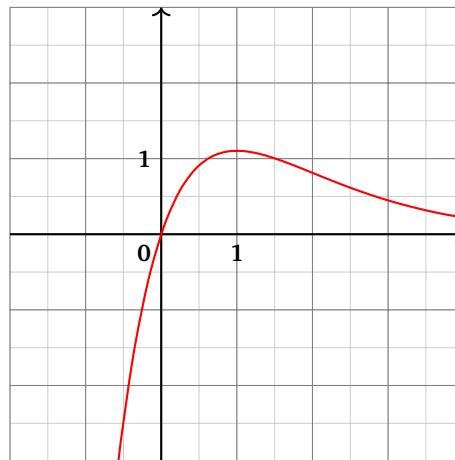
Exercice 9. Soit f la fonction définie sur $]-1 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x - 3}{(x + 1)^3}$.

1. Déterminer deux réels a et b tels que :

$$\forall x \in]-1 ; +\infty[, \quad f(x) = \frac{a}{(x + 1)^2} + \frac{b}{(x + 1)^3}$$

2. En déduire une primitive F de f sur $]-1 ; +\infty[$

Exercice 10. Dans le repère ci-dessous est représentée une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .



Les courbes ci-dessous représentent une primitive F de f , ainsi que la dérivée f' de f . Identifiez chacune de ces deux courbes en justifiant la réponse.

