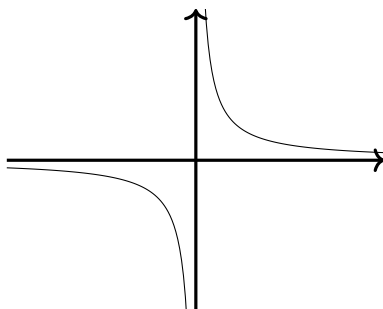


Exercices de Cours : Limites de fonctions

1 Introduction

Exercice 01 Soit f la fonction définie sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty [$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

À l'aide d'un tableau de valeurs et de la courbe représentative, conjecturer le comportement de $\frac{1}{x}$ aux bornes de son ensemble de définition.



x	10	100	1 000	10 000
$\frac{1}{x}$	0,1	0,01	0,001	0,000 1

Conjecture :

x	-10	-100	-1 000	-10 000
$\frac{1}{x}$	-0,1	-0,01	-0,001	-0,000 1

Conjecture :

x	0,1	0,01	0,001	0,000 1
$\frac{1}{x}$	10	100	1 000	10 000

Conjecture :

x	-0,1	-0,01	-0,001	-0,000 1
$\frac{1}{x}$	-10	-100	-1 000	-10 000

Conjecture :

2 Limite d'une fonction en $+\infty$ et $-\infty$

2.1 Limite infinie

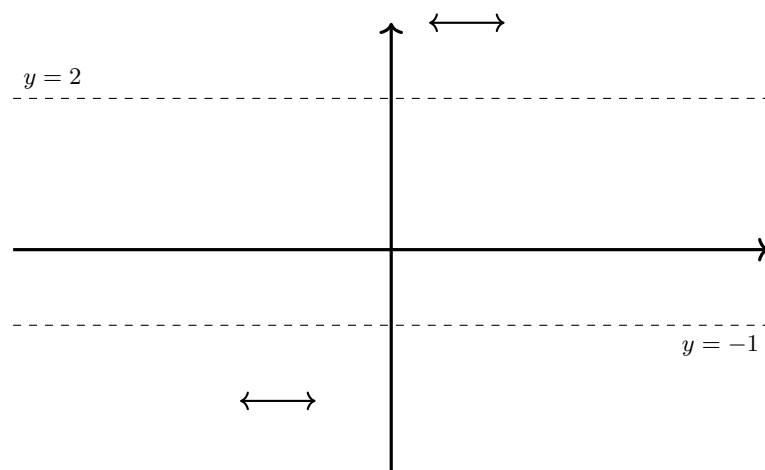
2.2 Limite finie

Exercice 02 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont le tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	\searrow	\nearrow	3	\searrow	-1

- Justifier que \mathcal{C}_f admet deux asymptotes horizontales. Préciser leurs équations.

2. Dessiner une fonction f correspondant au tableau de variations donné (les asymptotes et les tangentes horizontales sont déjà représentées).



2.3 Limites des fonctions usuelles en $+\infty$ et $-\infty$

3 Limite d'une fonction en $a \in \mathbb{R}$

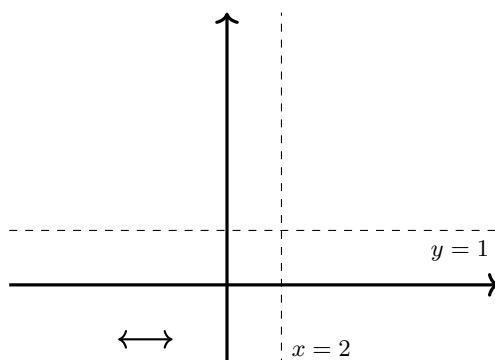
3.1 Limite infinie

Exercice 03 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ le tableau de variations est le suivant :

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$			
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	-1	\nearrow	$+\infty$	$+\infty$	\searrow	1

1. Justifier que \mathcal{C}_f admet deux asymptotes : une horizontale et une verticale. Préciser leurs équations.

2. Dessiner une fonction f correspondant au tableau de variations donné (les asymptotes et les tangentes horizontales sont déjà représentées).



3.2 Limite finie

3.3 Limites de fonctions usuelles

Exercice 04 Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + 7x - 30}{x - 3}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

4 Calculer la limite d'une fonction

4.1 Opérations sur les limites

Exercice 05 Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + x - 10$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + x - 10$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x - 2}$

4.2 Théorèmes de comparaisons

Exercice 06 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = x \times \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. Calculer la limite de f en 0.

4.3 Limite d'une composée de fonctions

Exercice 07 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$.

4.4 Croissances comparées

Exercice 08 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - e^x$.

4.5 Suites et fonctions

Exercice 09 Déterminer la limite de la suite de terme général $\sqrt{2 + 0,8^n}$.