

Exercices : Géométrie dans l'espace - Vecteurs et Positions relatives

Exercice 1. $ABCDEFGH$ est un cube. I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CG]$.

1. Quelle est la position relative des droites suivantes ?

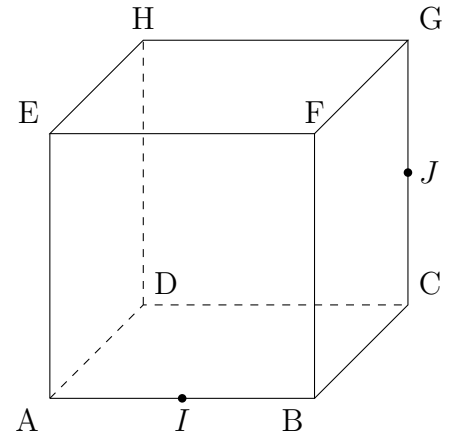
(a) (AD) et (FG)	(c) (EC) et (BH)
(b) (AD) et (BG)	(d) (EJ) et (AC)

2. Quelle est la position relative des droites et plans suivants ?

(a) (EC) et (ABC)	(b) (HI) et (EBC)
-----------------------	-----------------------

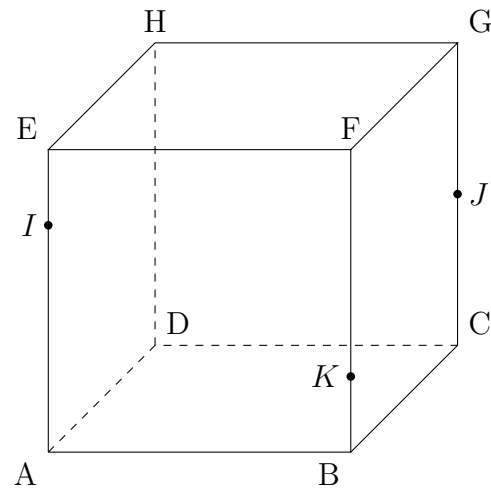
3. Quelle est la position relative des plans suivants ?

(a) (ABF) et (FCB) ?	(c) (AFG) et (BDH) ?
(b) (AFG) et (BCG) ?	(d) (AIE) et (CDG) ?



Exercice 2. $ABCDEFGH$ est un cube. I, J et K sont les points des segments $[AE]$, $[CG]$ et $[BF]$ tels que $AI = \frac{3}{4}AE$, $CJ = \frac{1}{2}CG$ et $BK = \frac{1}{4}BF$.

1. (a) Justifier que les droites (AB) et (IK) sont sécantes en un point M . Placer ce point sur le dessin ci-contre.
 (b) Démontrer que M est l'intersection de la droite (IK) et du plan (ABC) .
2. Montrer de même que (JK) et (BC) sont sécantes en un point N , intersection de la droite (JK) et du plan (ABC) .
3. Dédire des questions précédentes l'intersection des plans (ABC) et (IJK) . Représenter graphiquement cette intersection.

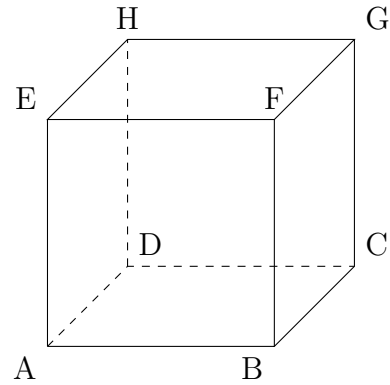
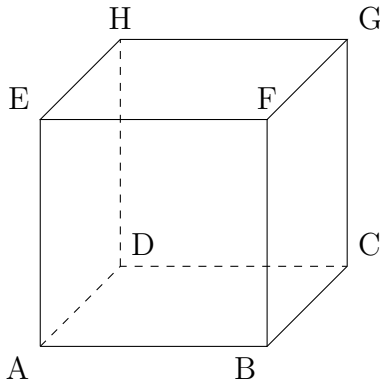


Exercice 3. On considère un cube ABCDEFGH comme ci-dessous.

Représenter graphiquement les vecteurs suivants pour en déterminer une expression simplifiée, puis retrouver le résultat par un calcul vectoriel :

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FH}$

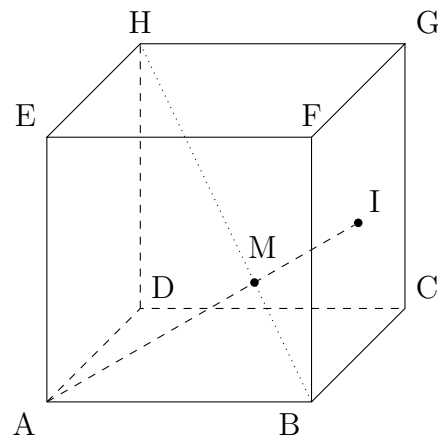
2. $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{FC}$



Exercice 4. On considère le cube ABCDEFGH ci-contre, dans lequel I est le milieu de [CF], et M est tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

Montrer que les points M, B et H sont alignés.

☞ Montrer la colinéarité de deux vecteurs bien choisis...



Exercice 5. ABCDEFGH est un cube.

M et L sont les points tels que :

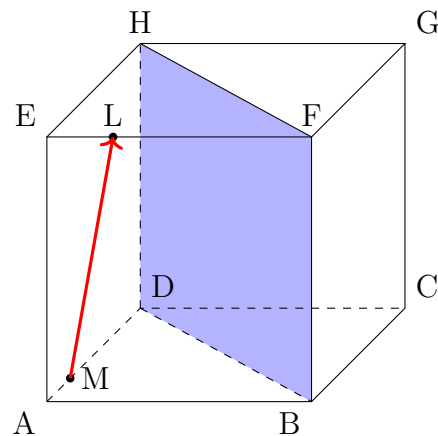
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \quad \overrightarrow{EL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EF}$$

1. Montrer que $\overrightarrow{ML} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DH}$.

2. Soit P le point tel que $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{ML}$.

(a) Que peut-on dire des points D, B, H et P ?

(b) Placer le point P sur la figure ci-contre.



3. Démontrer que $(ML) \parallel (DBH)$.