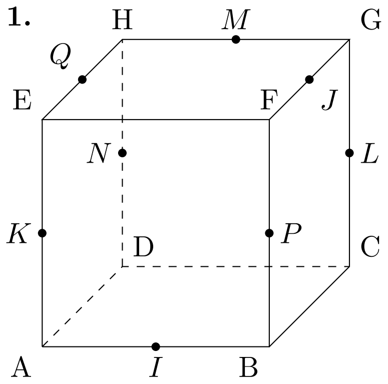
Exercices : Géométrie dans l'espace - Repérage

Exercice 1.



On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-contre, où les points I, J, K, L, M, N, P, Q sont les milieux des arêtes.

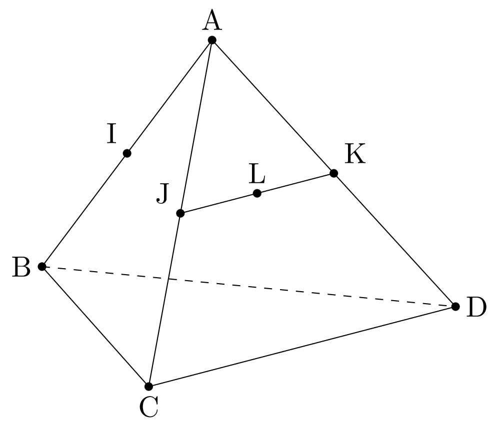
1. Expliquer pourquoi $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$ est un repère de l'espace.
2. Donner dans ce repère les coordonnées de :

(a) Q	(e) $\overrightarrow{AC}$	(i) $\overrightarrow{DQ}$
(b) N	(f) $\overrightarrow{AG}$	(j) $\overrightarrow{DN}$
(c) P	(g) $\overrightarrow{AN}$	(k) $\overrightarrow{HB}$
(d) I	(h) $\overrightarrow{IF}$	(l) $\overrightarrow{KM}$

Exercice 2. On considère un tétraèdre ABCD.
Les points I , J , K sont les milieux respectifs des segments [AB] , [AC] , [AD].
Le point L est le milieu du segment [JK].

L'espace est muni du repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD})$.

1. Donner sans justifier les coordonnées des points A , B , C , D , I , J , K.
2. Déterminer les coordonnées du point L.
3. Les vecteurs $\overrightarrow{IL}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.



Exercice 3. Dans un repère $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overrightarrow{k})$, on considère les vecteurs :

$$\overrightarrow{u} = 3\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{k} \qquad \overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k} \qquad \overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$$

Calculer $-2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}$. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$?

Exercice 4. Dans un repère $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overrightarrow{k})$, on considère les points $A(3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ et $C(3; 4; 2)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. En déduire que A, B et C définissent un plan.
2. Soit $M(1; 1; 1)$. Le point M appartient-il au plan (ABC) ?
3. Existe-t-il un point $N(c; c; c)$, où $c \in \mathbb{R}$, tel que N appartienne au plan (ABC) ?

Exercice 5. Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par $A(1;-2;3)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(1;5;-4)$.

Exercice 6. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB), où $A(-2;5;4)$ et $B(3;0;6)$.

Exercice 7. Soit (d) la droite ayant pour représentation paramétrique suivante :

$$(d) : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2+3t \\ y & = & -1+t \\ z & = & 1-2t \end{array}\right. \quad t \in \mathbb{R}$$

1. Donner un vecteur directeur de (d).
2. Donner deux points distincts de (d).
3. Le point $P(-1;-2;-5)$ apparatient-il à (d) ?

Exercice 8. On considère les deux droites (d) et (d') de représentations paramétriques suivantes :

$$(d) : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1-t \\ y & = & 2+t \\ z & = & 3-2t \end{array}\right. \quad , \quad t \in \mathbb{R} \qquad (d') : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+2t' \\ y & = & 2-2t' \\ z & = & -1-4t' \end{array}\right. \quad , \quad t' \in \mathbb{R}$$

1. Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifier.
2. Les droites (d) et (d') sont-elles sécantes ? Si oui, déterminer leur point d'intersection.

Exercice 9. On considère les droites (d) et (Δ) de représentations paramétriques :

$$(d) : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+t \\ y & = & 2-3t \\ z & = & 3-3t \end{array}\right. \quad t \in \mathbb{R} \qquad (\Delta) : \left\{\begin{array}{lcl} x & = & t' \\ y & = & -3-3t' \\ z & = & 1-t' \end{array}\right. \quad t' \in \mathbb{R}$$

Étudier les positions relatives de (d) et (Δ).

Exercice 10. QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

L'espace est rapporté à un repère $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overrightarrow{k})$. On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(1;1;-2)$ et $B(-1;3;2)$
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right. \quad , \quad t \in \mathbb{R}$

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à $\mathscr{D}'$?

   $M_1(-1;3;-2)$ $\qquad$ $M_2(11;-9;-22)$ $\qquad$ $M_3(-7;9;2)$ $\qquad$ $M_4(-2;3;4)$

2. Un vecteur directeur de $\mathscr{D}'$ est :

   $$\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

   sécantes $\qquad$ strictement parallèles $\qquad$ non coplanaires $\qquad$ confondues