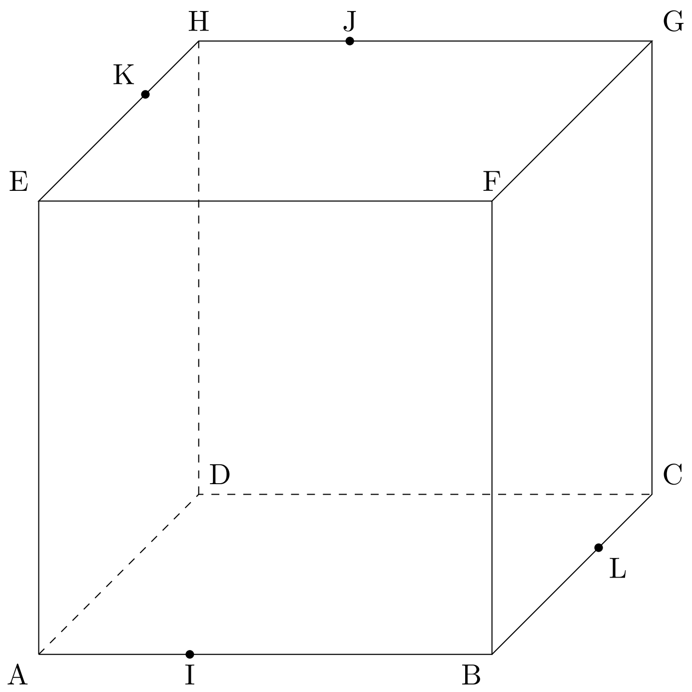
Travail en Groupe : Géométrie dans l'Espace

Sujet A *: Classique*

On considère un cube $ABCDEFGH$, représenté ci-dessous.
Dans le repère $(D; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DH})$, on considère les points :

$$I\left(1\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ 0\right) \qquad J\left(0\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ 1\right) \qquad K\left(\frac{1}{3}\ ;\ 0\ ;\ 1\right) \qquad L\left(\frac{1}{3}\ ;\ 1\ ;\ 0\right)$$

1. Démontrer que $(KJ)//(IL)$. Que peut-on en déduire pour les points I, J, K et L ?
2. Démontrer que (IJ) et (KL) sont sécantes, sans chercher à déterminer leur point d'intersection.
3. Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites (IJ) et (KL).
4. Justier que $M\left(\frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ \frac{2}{3}\right)$ est le point d'intersection des droites (IJ) et (KL).
5. Démontrer que les points H, M et B sont alignés.
6. Démontrer que H n'appartient pas au plan (IJK).
7. Déduire des questions précédentes que M est l'intersection de la droite (HB) et du plan (IJK).
8. **(Bonus)** Sur la figure ci-dessous, représenter la section du cube par le plan (IJK).



Travail en Groupe : Géométrie dans l'Espace

Sujet B *: Intersections*

Dans ce sujet, les parties **A** et **B** sont complètement indépendantes.

On muni l'espace d'un repère orthonormé.

Partie A

On considère :

- la droite d_1 passant par A(1 ; -1 ; -2) et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$
- la droite d_2 passant par B(3 ; 0 ; 0) et de vecteur directeur $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$
- la droite d_3 passant par C(0 ; -1 ; -1) et de vecteur directeur $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

1. Donner une représentation paramétrique de chacune des droites.
2. Les droites d_1, d_2 et d_3 sont-elles concourantes ?

Partie B

Dans cette partie, on considère les points A(2 ; 0 ; 0), B (2 ; 1 ; 0) et C (3 ; -1 ; 2) ainsi que la droite d de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+t \\ y & = & -2t \\ z & = & 2-3t \end{array}\right. \quad , \quad t \in \mathbb{R}$$

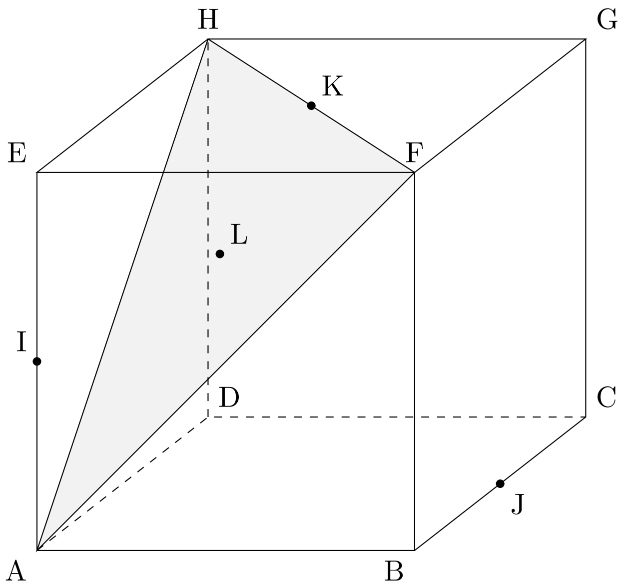
1. Justifier que les points A,B et C déterminent bien un plan.
2. Soit M$(x;y;z)$ un point du plan (ABC). Démontrer, en considérants les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AM}$, qu'il existe deux réels α et β tels que :

$$x = 2+\beta \qquad y = \alpha - \beta \qquad z = 2\beta$$

3. Après avoir justifié que d et (ABC) sont sécants, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Travail en Groupe : Géométrie dans l'Espace

***Sujet C** : Affirmations*



ABCDEFGH désigne un cube.

L'espace est muni du repère $(\mathrm{D}\,;\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DH})$. On appelle Π le plan (AFH).

Le point I est le milieu du segment [AE] ; le point J est le milieu du segment [BC].

Le point K est le milieu du segment [HF] et le point L est le point défini par $\overrightarrow{AL} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AK}$.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. **Chaque réponse doit être justifiée.**

Affirmation 1. Une représentation paramétrique de la droite (IJ) est : $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 1+t \\ y & = & -2t \\ z & = & \dfrac{1}{2}+t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$

Affirmation 2. Les droites (IJ) et (EC) sont coplanaires.

Affirmation 3. Le point L est le point d'intersection du plan Π et de la droite (EC).

Affirmation 4. La droite (DG) et le plan Π sont sécants.

Affirmation 5. L'intersection des plans Π et (ABC) est la droite (AP) où P est le symétrique du point C par rapport au point B.